

Exercice 3

A démontrer: $|H(Z)|^2 = 1$

1. Si $x(n)$ est rel, il en suit: $H^*(Z) = H(Z^*)$
2. Sur le cercle d'unité: $Z^* = Z^{-1}$, parce que (sur le c.d.u.): $Z = e^{j2\pi f}$, il en suit que: $Z^{-1} = (e^{j2\pi f})^{-1} = Z^*$. $e^{j2\pi f}$ se trouve sur le c.d.u. parce que le module est toujours égale à l'unité: $e^{j2\pi f}(e^{j2\pi f})^* = e^{j2\pi f}e^{-j2\pi f} = 1$.
3. $H(Z) = \frac{Z^{-2}D(Z^{-1})}{D(Z)}$

Alors on peut écrire:

$$\begin{aligned} |H(Z)|^2 &= H(Z)H^*(Z) = H(Z)H(Z^*) = \\ &= \frac{Z^{-2}D(Z^{-1})}{D(Z)} \left(\frac{(Z^{-2})^*D([Z^{-1}]^*)}{D(Z^*)} \right) = \end{aligned} \quad (1)$$

$$= \frac{Z^{-2}D(Z^{-1})}{D(Z)} \left(\frac{Z^2D(Z^1)}{D(Z^{-1})} \right) = 1 \quad (2)$$

Exercice 4

Plusieurs d'entre vous ont posé la question: "si on traverse le cercle d'unité au-déla de $0.5F_E$, on revient à 0 en s'approchant de nouveau aux poles et zeros. Á cause de ca, la fonction de transfert recommence à monter.. pourquoi peut-on dire qu'il s'agit d'un filtre de passe bas? La réponse est: le signal est échantillonné á la fréquence F_E alors la fréquence la plus élevée qui peut occurrir est $F_E/2$ á cause du théoreme déchantillonnage. Grace á cela, il est suffisant de traverser le cercle d'unité jusqu'a $0.5F_E$.